Où IL EST QUESTION DE LA PREUVE PAR L'ABSURDE

James *GASSER*
Centre de Recherches sémiologiques
Université de Neuchâtel

1. Préambule

Le souci d'écarter le doute est à l'origine de toute tentative de preuve. Là où le doute peut persister, il y a matière à démonstration. L'origine du doute qui provoque la pensée peut s'expliquer par des expériences qui résultent d'une perception contradictoire (cf. PLATON, République VII, 523c) ou encore par «le choc de notre pensée avec celle des autres». Ce dernier avis est aussi celui de Piaget, qui affirme que «la preuve est née de la discussion» (1924. pp. 269-270).

On peut caractériser la preuve comme l'expression d'une pensée provoquée par le doute pour faire face au doute. Lorsque, autour d'une certaine question, les preuves ne sont pas acceptées par chacun et que la pensée continue d'être provoquée, on dit qu'il y a une controverse. C'est un lieu commun que les controverses peuvent faire avancer la science. Pensons aux conséquences qui ont résulté de la découverte de géométries non euclidiennes, d'autant qu'elles vont à l'encontre de l'intuition. A la limite on pourrait même affirmer que ce qui n'est pas controversé est sans importance philosophique.

La question que nous posons est la suivante. Si la preuve est une démonstration de la vérité d'une propriété non évidente, qu'arrive-t-il quand la démonstration elle-même n'est pas convaincante? On peut chercher à donner une preuve de la proposition à démontrer par un autre moyen qui, lui, serait considéré comme acceptable. Si ce n'est pas possible, on va tenter de montrer la validité du genre de preuve utilisé par une argumentation qui n'a pas, elle, un caractère de preuve. Lorsque l'objet du doute ne peut pas être l'objet d'une preuve, ceci donne lieu à une controverse. Reste à savoir s'il s'agit encore de philosophie.

2. Introduction

A propos de la méthode dite de la preuve «par l'absurde» ou «par l'impossible» les avis de philosophes, mathématiciens, logiciens et autres ont toujours été partagés. Les réticences et les objections ne sont pas toutes de même nature. On peut en effet distinguer trois niveaux différents où elles s'expriment.

A un premier niveau, on critique parfois ceux qui utilisent une preuve par l'absurde alors qu'ils auraient dû l'éviter ([1]). Certains se sentent même obligés de s'en excuser. Cela conduit à se demander s'il existe un autre moyen, et s'il est nécessaire de passer par la preuve par l'absurde ou s'il existe toujours une alternative.

Le deuxième niveau est celui d'objections qui sont de natures diverses. Il y a tout d'abord des objections d'ordre esthétique. Löwenheim, par exemple, affirme que la preuve par l'absurde est «inélégante» en admettnt toutefois que la chose «ne peut être que ressentie, et non pas strictement prouvée» (19-46, p. 126). On critique aussi parfois la preuve par l'absurde pour des raisons épistémologiques, en affirmant par exemple que la supposition d'une hypothèse absurde, disons la rationnalité de la racine carrée de 2, n'a pas de sens ([2]), Le statut de cette hypothèse peut aussi être critiqué pour des raisons ontologiques, car on fait «comme si» il existait deux entiers dont le carré du rapport est égal à 2. Certains acceptent mal qu'une telle «fantaisie» puisse constituer un

([1]) «...C'est une faute de s'en servir pour prouver ce qui se peut prouver positivement» (ARNAULD et NICOLE, 1965, p. 329).

([2]) «Que je puisse supposer ce qui ost physiquement faux et le réduire *ad absurdum* ne me pose pas de difficulté. Mais comment penser ... l'impensable, pour ainsi dire?» (WITTGENSTEIN, 1978, p. 285).

moment d'une preuve ([3]). Ceux qui soutiennent ce point de vue font la même objection à l'hypothèse absurde que le pédagogue Mearns (1941) par rapport au fantôme qui hante son escalier:

As I was walking up the stair
I met a man who wasn't there;
He wasn't there again today.
I wish, I wish he'd stay away.

Enfin, la supposition de la rationnalité de $\sqrt{2}$ implique l'existence de deux entiers x et y tels que $(x/y)^2 = 2$; on voit qu'il peut y avoir de combinaisons d'objections d'ordre épistémologique avec celles d'ordre ontologique, etc.

A ces deux premiers niveaux on se borne à s'interroger sur la validité de la procédure; tout se passe comme si tout le monde était d'accord sur l'identité de l'objet. Au troisième niveau on s'interroge sur la nature de l'objet — on demande ce qu'il est. La preuve «par l'absurde» est en effet loin de signifier la même chose pour tout le monde ([4]).

Ayant situé le problème à trois niveaux différents, si notre examen pouvait faire ressortir du premier niveau qu'il existe toujours des alternatives aux preuves par l'absurde, il ne serait plus nécessaire de passer au niveau suivant pour considérer les reproches qu'elles encourent. Dans le cas contraire ce sera seulement en réfléchissant et sur la nécessité de la preuve par l'absurde et sur son fonctionnement que l'on sera vraiment en mesure de prendre position sur sa nature.

3. La preuve par l'absurde est-elle nécessaire?

Considérons maintenant la nécessité de la preuve par l'absurde, car si elle est nécessaire pour démontrer certains théorèmes

([3]) C'est le point de vue intuitionniste, que rapporte Combès: «autant vaudrait se servir de l'ombre d'un mur comme contrefort de ce mur» (1971, p. 51).

([4]) Il suffit de consulter à ce propos la polémique dans les pages de *Mina* et du *Notre Dame Journal of Formai Logic* des années 1971-1975 pour s'en persuader. Dans *Mind,* voir Scherer (1971), Foulkes (1973) et Lambros (1973); dans le Notre *Dame journal,* voir Lee (1973) et Kulathungam (1975). Cf. notamment Foulkes (11973), p. 579): «Scherer rightly criticizes Copi's account, but is himself mistaken on the correct form of *reductio ad absurdum*».

l'embarras de ceux qui l'utilisent sera sans fondement. Si par contre on peut s'en passer, l'embarras aéra fondé pourvu que la méthode de la preuve par l'absurde soit dune certaine manière moins probante que d'autres méthodes — une question qu'il s'agirait alors de considérer pour elle même.

Historiquement, il y a peu d'accord sur la question de la nécessité des preuves par l'absurde ([5]). Parmi ceux qui sont d'un avis négatif citons Aristote, qui déclare que «tout ce qui est conclu au moyen de la preuve directe peut être prouvé aussi par l'absurde, et ce qui est prouvé par l'absurde peut l'être directement avec les mêmes termes» *(Anal.* pr. B14, 62b 38-40) ([6]), ce qui, comme nous savons actuellement, n'est pas le cas. Aristote affirme en effet que «la démonstration affirmative, étant supérieure à la démonstration négative est évidemment, par là même, supérieure aussi à la réduction à l'impossible» (*Anal. post.* A26, 87a 1-2), mais il semble pourtant tolérer ce genre de preuve dans certains cas, notamment dans le cas classique de l'incommensurabilité de la diagonale d'un carré par rapport au côté (l'irrationnalité de $\sqrt{2}$) ([7]), Peirce était du même avis qu'Aristote, estimant qu'il est «très facile de convertir toute preuve de ce genre (par l'absurde) en une preuve directe» (1960a, p. 366). Il a même développé une méthode, basée sur la contraposition, pour convertir les preuves par l'absurde en preuves directes. Pour illustrer sa méthode il donne l'exemple d'Euclide 1.7 (démontré par l'absurde dans les *Eléments)* qu'il convertit en une preuve directe *(ibid.).* Il est regrettable que Peirce n'ait pas choisi un autre exemple, disons l'irrationnalité de $\sqrt{2}$, car il aurait remarqué alors que sa méthode ne réussit pas dans tous les cas; quoiqu'il en soit, ce n'est qu'un hasard s'il a choisi un exemple pour lequel sa méthode est pertinente. Selon Cauman (1966, p. 109), la raison pour laquelle Peirce n'aurait pas pu convertir la preuve de l'irrationnalité de $\sqrt{2}$ en suivant sa méthode

---

([5]) Pour une discussion beaucoup plus développée des opinions de personnages historiques, voir l'excellent article de Cauman (1966).

([6]) Cf. *Anal pr.* A29, 45a 26-28; A29, 45b 1-5; B14, 63b 12-21. Pour toutes nos citations d'Aristote nous avons repris les traductions de Tricot (1966 et 1983).

([7]) Le théorème ne peut pas se démontrer directement. Aristote présente les grandes lignes de la preuve classique des pythagoriciens (Anal, pr. A23, 41a 24-32).

tient au fait qu'un pas de la preuve traditionnelle fait appel à l'axiome du choix (autorisant le choix d'un élément de chaque ensemble d'une classe d'ensembles non vides), axiome qu'on ne peut pas contraposer.

On remarquera non sans ironie que le célèbre théorème «si (si (si p alors q) alors p) alors p», souvent appelé «loi de Peirce», est aussi un exemple d'un théorème qui ne peut se démontrer directement. Peirce présente ce théorème dans l'«Algèbre de la logique» (comme sa cinquième «icône») sans démonstration (1960b, p. 222). Il établit la *vérité* de la proposition au moyen d'un raisonnement qui se base sur les tables de vérité — un raisonnement qui n'est d'ailleurs pas quelconque, puisqu'il suppose la fausseté de l'expression pour conclure à sa vérité ([8]).

I! y a, semble-t-il, des vérités qu'on ne peut pas démontrer directement. Souvent elles concernent des objets qui échappent à l'intuition. Dans le domaine des mathématiques, par exemple, l'existence de segments incommensurables et celle de nombres irrationnels se démontrent par l'absurde, comme d'ailleurs l'existence de l'infini. L'impossibilité elle-même se démontre par l'absurde, comme par exemple celle de la trisection de l'angle par les méthodes de la géométrie euclidienne.

Avant d'aller plus loin il sera utile de s'interroger sur la nature des objets des démonstrations par l'absurde. On constate déjà qu'il s'agit le plus souvent de l'existence de propriétés qui vont à l'encontre de notre conception usuelle des choses, conceptions qui s'expriment d'ailleurs sous forme privative voire négative.

La méthode de la preuve par l'absurde s'applique aussi aux objets de démonstration qui ne vont pas forcément à î'encontre de notre intuition mais qui la dépassent. De nombreuses tentatives pour démontrer l'existence de Dieu, par exemple, sont parties de l'hypothèse qu'il n'existait pas pour essayer d'en déduire une absurdité.

([8]) «Que (la formule) est vraie apparaîtra par ce qui suit. Elle ne peut être fausse que si le conséquent final 'p' est faux alors que son antécédant 'si (si p alors q) alors p' est vrai. Mais si ceci est vrai, son conséquent, 'p', est vrai, ce qui fait que la formule entière est vraie, ou son antécédant, 'si p alors q', est faux. Mais dans ce dernier cas l'antécédent de 'si p alors q', c'est-à-dire 'p', doit être vrai» (notation modifiée). Copi, dans son manuel classique (1979, p. 62), utilise ce même raisonnement sur ce même théorème pour illustrer ce qu'il appelle «la méthode d'assignation de valeurs de vérité par *reductio ad absurdum*».

D’autres objets ne sont pas forcément en désaccord avec l'intuition mais résistent à d'autres moyens de démonstration. Selon Vailati (1904, p. 806), le mathématicien génois Girolamo Saccheri (1667-1733) a choisi d'appliquer cette méthode au problème de la démonstration du cinquième postulat d'Euclide à partir des autres axiomes précisément parce qu'il savait que le problème avait «résisté aux efforts de plusieurs des géomètres les plus éminents de tous les temps» et qu'il avait la «conviction d'avoir à sa disposition une méthode nouvelle et plus puissance, dont l'idée ne s'était pas présentée à ses prédécesseurs». Le projet de Saccheri peut être considéré maintenant, après coup, comme une tentative pour montrer qu'il n'existe pas de géométrie non euclidienne. C'est dans cette optique négative que peut s'expliquer — en plus des échecs de ses prédécesseurs—la nécessité de chercher à déduire l'impossible à partir d'une hypothèse tellement opposée à l'intuition qu'elle en était absurde.

Le cas du postulat des parallèles est particulièrement intéressant: les tentatives de démonstration découlaient du malaise engendré par le fait qu'il concernait l'infini (les lignes droites «prolongées indéfiniment») et qu'elles conduisaient non seulement à des réalités qui échappent à l'intuition mais, n'y trouvant aucune contradiction, à une mise en cause de l'idée même que nos axiomes doivent reposer sur l'intuition. Finalement, c'est l'intuition elle--même qui a été mise en cause.

On remarque que les objets des preuves par l'absurde se profilent parfois à l'horizon de l'irréel, si bien que ce n'est pas un hasard si la démonstration se limite souvent à l'existence de la chose. Ces êtres qui ne sont l'objet d'aucune intuition ne peuvent s'exprimer directement. Le problème est alors de distinguer l'inconnu, c'est-à-dire ce dont on n'a pas d'intuition, de l'irréel, et il s'avère que la méthode de la preuve par l'absurde est la mieux adaptée sinon la seule possible.

Il s'ensuit que certains théorèmes ne se démontrent que par l'absurde, en particulier ceux qui ne peuvent être l'objet d'intuition. Puisque la méthode de la preuve par l'absurde est nécessaire pour démontrer ces théorèmes, il faut soit renoncer à eux, soit accepter ce type de preuve. Mais renoncer aux théorèmes, encore que ce soit possible, serait excessif. Selon Jevons, «presque la moitié de nos conclusions logiques reposent sur son emploi» (1958, p. 82). Pour juger de l'acceptabilité de ces preuves il faut maintenant examiner leur fonctionnement.

4. La preuve par l'absurde est-elle suffisante?

Une preuve doit montrer la vérité de sa conclusion. Si la méthode de la preuve par l'absurde encourt parfois des reproches et si la question de sa suffisance se pose, c'est qu'elle met en évidence non pas la vérité de la conclusion mais la fausseté de sa négation. Conclure de ceci à la vérité de la proposition à démontrer fait reposer la pensée sur le principe du tiers exclu. Cette démarche peut paraître abstraite en comparaison avec, par exemple, un simple enchaînement de propositions telles que «chacune contienne la raison de celle qui suit et soit elle-même démontrée par celle qui précède» (PIAGET, 1924, pp. 5-6).

Une preuve directe correspond à cette idée d'enchaînement: dans une telle preuve la connaissance de la vérité des prémisses, qui est admise, se transmet de proche en proche à chaque proposition dont la dernière est la conclusion. Ainsi, le raisonnement qui lie les prémisses à la conclusion montre la vérité de cette conclusion.

La question qui se pose à propos de la preuve par l'absurde, qui ne lie pas directement les prémisses à la conclusion, c'est de savoir si elle *montre* tout de même, par un autre moyen, la vérité de la conclusion. En d'autres termes, la preuve par l'absurde suffit-elle à montrer?

Dans une preuve directe, on raisonne dans une situation entièrement déterminée par les prémisses, à partir desquelles on cherche à établir la conclusion. Il n'en va pas de même avec une preuve par l'absurde, car on rajoute une hypothèse aux prémisses, à savoir la contradictoire de la proposition à démontrer, dont il faut montrer l'absurdité. Ainsi on raisonne, momentanément du moins, sur une autre situation que celle de la preuve. Ce raisonnement, qui constitue en quelque sorte un travail en marge, montre que l'hypothèse conduit à une contradiction ou à une proposition déjà connue comme fausse. Il est vrai que le passage de l'hypothèse au faux est de même nature que celui qui relie les prémisses à la conclusion. Cela n'empêche pas la situation d'être différente. En ayant montré que la contradictoire de la conclusion visée est fausse, on n'a pas encore établi que la conclusion, elle, était vraie.

L'hypothèse supplémentaire qui fait quitter la situation de la preuve nécessite une inférence supplémentaire pour la regagner. Il faut en effet disposer d'une règle qui autorise à inférer la vérité de la conclusion à partir de la fausseté de sa contradictoire en niant l'hypothèse rajoutée. Il convient de remarquer qu'il s'agit ici d'un certain genre d'hypothèse et d'un certain genre de négation. Cette hypothèse, en effet, ne fait pas partie des prémisses de la preuve mais s'y rajoute pour les seuls besoins d'un raisonnement. Quant à la négation de l'hypothèse qui conduit au faux, elle marque le refus de l'hypothèse (cf. GRIZE, 1967, p. 207). La méthode de la preuve par l'absurde est donc une méthode de réfutation — d'où sa nature indirecte.

Une preuve par l'absurde parvient à sa conclusion par une inférence à partir d'un raisonnement qui montre autre chose. La différence d'orientation entre les preuves directe et par l'absurde peut être rapprochée de celle entre discours direct et discours indirect. En effet, de même que le discours direct dit quelque chose et le discours indirect dit *que* quelque chose est le cas, de même dans une preuve par l'absurde le raisonnement ne montre pas la conclusion mais montre *que* la conclusion est bien le cas. Plus exactement, le raisonnement montre que la conclusion ne peut pas *ne* pas être le cas.

> The method of Indirect Deduction may be described as that which points out what a thing is, by showing that it cannot be anything else. We can define a certain space upon a map, either by colouring that space, or by colouring all except that space; the first mode is positive, the second negative (JEVONS, 1958, p. 81).

L'intervention d'un «raisonneur», qui quitte la situation de la preuve pour ensuite la regagner, est de même nature que celle du narrateur qui se manifeste en mentionnant les propos de son héros: il lui faut quitter la situation afin de la rapporter, et c'est en la rapportant qu'il la rejoint. Remarquons que l'on regagne la situation (histoire ou preuve) non pas là où on l'a quittée mais à un moment ultérieur, ce qui laisse entendre que l'on a réussi, par cette opération, à montrer quelque chose de pertinent à la situation.

Dans toute preuve, la connaissance de la vérité de la conclusion repose sur celle des prémisses. Dans une preuve directe, avant même d'arriver à la conclusion visée, nous avons à chaque moment une preuve complète de la proposition qui est actuellement la dernière. Ainsi, chaque proposition de la suite peut servir de conclusion. Donc chacune est un théorème. Dans une preuve par l'absurde, par contre, la valeur de vérité des propositions, exception faite de celle des prémisses et de la conclusion, reste en suspens. Par conséquent, ces propositions ne peuvent pas servir de conclusion. Ceci tient au fait que ces propositions forment le «travail en marge» dont nous avons parlé.

Dans ce genre de preuve, une seule proposition peut être véritablement considérée comme résultant des prémisses, à savoir celle dont l'affirmation fait regagner la situation de la preuve. Comme elle est la seule qui résulte des prémisses, elle est la seule susceptible de servir de conclusion. C'est donc le seul théorème de la preuve. La preuve par l'absurde conduit à une unique connaissance nouvelle alors qu'elles peuvent être plusieurs dans les preuves directes (cf. LOEWENHEIM, 1946, p. 126). En conséquence on peut dire que la preuve par l'absurde montre sa conclusion même si, dans la perspective de la situation de la preuve, elle ne *montre* rien d'autre.

5. La ou des preuve(s) par l'absurde?

Nous nous proposons d'en recenser les variantes principales:

1. L'hypothèse supplémentaire est la contradictoire de la conclusion visée. Cette hypothèse conduit à une proposition déjà connue comme fausse. C'est le cas le plus général — tellement général, en fait, qu'il n'est pas entièrement fiable. Le problème est notre appréciation du faux. On peut être convaincu de la fausseté d'une proposition alors qu'elle n'est qu'en désaccord avec notre intuition. On pense à Saccheri et aux autres pionniers des nouvelles géométries qui avaient découvert des conclusions tellement paradoxales que leur fausseté devait paraître à leurs yeux patente. Les objets de démonstration se profilent parfois si fortement du côté de l'irréel que la preuve de leur existence serait interprétée plutôt comme une preuve de la folie de son auteur.

2. La deuxième variante est un cas particulier de la première. Il s'agit en effet du même schéma de preuve, mais ici la proposition déjà connue comme fausse a la forme d'une contradiction. On comprend donc la contradiction comme une espèce de fausseté: c'est le *logiquement* faux, la conjonction simultanée de p et non-p. Cette variante repose sur des bases plus solides, parce qu'elle ne fait pas appel à notre intuition de p.

3. La troisième variante est un cas particulier de la deuxième; elle constitue donc une sous-espèce de la première. Il s'agit encore du même schéma de preuve, mais ici l'hypothèse supplémentaire conduit directement à sa contradictoire, c'est-à-dire à la conclusion visée. La présence de l'hypothèse et de sa contradictoire dans le même raisonnement constitue une contradiction, ce qui permet comme d'habitude de refuser cette hypothèse pour regagner la situation de la preuve.

La contradiction à laquelle conduit cette variante n'est pas quelconque; c'est pourquoi ce genre d'argumentation constitue la méthode classique, dont l'emploi remonte à Aristote et aux stoïciens, pour chercher à réfuter le scepticisme: on essaie de montrer que celui qui soutient une thèse sceptique (par exemple que rien n'est une preuve) se met en contradiction avec lui-même. Cette variante était en vogue au moyen âge sous le nom de *consequentia mirabilis,* et sous sa forme la plus simple elle correspond à la loi de Clavius, soit «si (si p alors non-p) alors non-p» ([8]).

4. La dernière variante de la preuve par l'absurde au sens strict constitue une branche à part: c'est la preuve dite «par exhaustion». Il s'agit en fait du cas général (la première variante) répété plusieurs fois. On pose comme prémisse qu'il n'y a qu'un nombre fini de cas possibles et que l'un de ceux-ci est vrai: le premier, ou deuxième, etc., jusqu'au n.$^{\text{ème}}$. Une hypothèse supplémentaire pose la fausseté du cas que l'on veut démontrer vrai, disons le dernier. Il s'ensuit de la prémisse que si le n.$^{\text{ème}}$ est faux alors le premier, ou le deuxième, etc., jusqu'au $(n-1)^{\text{ème}}$ est vrai. On prend ces cas, chacun à son tour, comme hypothèses supplémentaires à partir desquelles on déduit chaque fois une proposition déjà connue comme fausse. On épuise ainsi la situation en réfutant successivement toutes les possibilités, de la première à la $(n-1)^{\text{ème}}$, ce qui montre qu'il était faux de supposer la fausseté du dernier cas. Celui-ci est donc vrai.

Remarquons encore qu'il existe des applications de ces variantes qui ne sont pas acceptées par chacun. Les difficultés se manifestent, par exemple, lorsqu'il s'agit d'interpréter une double négation devant une proposition. Les intuitionnistes acceptent la

([9]) Voir à ce propos Vailati (1904 pp. 799-801) et Kneale et Kneale (1962, pp. 172-174 et 346-348).

preuve par l'absurde lorsqu'elle part de l'hypothèse supplémentaire «positive» c pour démontrer non-c. Par «non-c» l'intuitionniste entend que la supposition de c est inacceptable. La preuve par l'absurde qui part de l'hypothèse supplémentaire «négative» non-c pour démontrer c n'a par contre pas son approbation. De la proposition non-c qui conduit à une contradiction l'intuitionniste ne peut tirer que non-non-c. Pour lui, «non-non-c» signifie tout simplement que «non-c» n'est pas acceptable, ce qui ne permet pas selon son point de vue de conclure à la vérité de c.

On caractérise aussi parfois de «preuve par l'absurde» tout raisonnement qui reste dans la situation de la preuve et qui déduit une contradiction à partir des seules prémisses. Dans ces conditions, on peut tirer n'importe quoi: *ex falso sequitur quodlibet*. Il s'agit de la réfutation au sens fort d'une remise en cause de la valeur de vérité des prémisses. Ce n'est donc pas à strictement parler une variante comme les autres, mais un autre emploi de la contradiction que l'on ne peut appeler «preuve par l'absurde» que dans un sens très large. On l'appelle parfois la «réduction à l'absurde» et nous nous proposons de garder cette expression, tant il est vrai que ce genre de raisonnement peut correspondre à d'autres finalités que celle de la preuve.

Une preuve par l'absurde (au sens strict) fait appel à la contradiction dans le cadre d'un «travail en marge» et elle s'en sert volontairement pour établir sa conclusion. Par contre, dans une réduction à l'absurde les prémisses conduisent d'elles-mêmes à la contradiction, ce qui est pour le moins gênant. Avec ces prémisses on ne peut plus faire de raisonnement, car si on peut en tirer «n'importe quoi», on ne montre finalement rien du tout. Curieusement, du fait même qu'une réduction à l'absurde ne montre rien à l'intérieur d'un système de déduction elle montre quelque chose *sur* le système: elle constitue une réfutation globale de ses présupposés.

La même démarche générale semble être suivie par toutes les variantes de la preuve par l'absurde proprement dite et aussi par la réduction à l'absurde, car il semble que tout ce qu'on appelle la preuve par l'absurde consiste à réfuter le faux. On peut donc postuler un certain consensus sur ce qu'elle est. Les divergences se manifestent lorsqu'il s'agit d'appliquer la démarche. Des questions de signification qui n'apparaissaient pas à un niveau plus général se posent alors. On constate par exemple que les raisons qui conduisent à rejeter l'hypothèse de départ sont multiples et que certaines paraissent plus sûres que d'autres. On se demande si d'une proposition négative qui conduit au faux on peut tirer une conclusion positive. La signification d'une réduction à l'absurde à l'intérieur d'un système; reste problématique. Ainsi, le doute réapparaît. La réflexion sur certains de ces problèmes conduit inévitablement à d'autres. Il en va de même pour tout genre de preuve: on n'en résout les problèmes que localement. C'est en poursuivant l'analyse que l'on retrouve la controverse.

6. Conclusions

La preuve par l'absurde semble avoir toujours été l'objet de controverses. Aujourd'hui encore, la discussion sur la validité de la procédure et sur la nature de l'objet continue à plusieurs niveaux. La nécessité de la preuve par l'absurde ressort du fait qu'il existe des théorèmes qui ne se démontrent pas par d'autres moyens. Ces théorèmes concernent souvent des objets dont nous n'avons pas l'intuition, de sorte que nous ne pouvons qu'en démontrer l'existence et ceci seulement de manière indirecte. La preuve par l'absurde, en effet, ne démontre rien d'autre que sa propre conclusion. Ses différentes variantes ne se justifient pas toutes de la même manière, ce qui relance le débat dans un contexte différent. La réflexion qui permet de répondre à certaines ambiguïtés ne fait que repousser le champ des controverses.

RÉFÉRENCES

ARISTOTE: *Les seconds analytiques.* Traduction et notes de J. Tricot. Paris, Vrin (1966).

ARISTOTE: *Les premiers analytiques.* Traduction et notes de J. Tricot. Paris, Vrin (1983).

ARNAULD A-, P. NICOLE (1965): *La logique ou l'art de penser.* Paris, P.U.F, (1 ère éd. 1662).

CAUMAN L. S. (1966): «On Indirect Proof», *Scripta Mathematica,* 28, pp 101-115.

COMBES M. (197.1): *Fondements des mathématiques.* Paris, P.U.F.

COPI I. M. (1979): *Symbolic Logic,* 5e édition. New York, Macmillan.

FOULKES P. (l973): «The Form of *Reductio ad Absurdum»,* Mind, *82,* pp. 579-580.

GRIZE J.-B. (1967): «Logique et connaissance scientifique», in *Encyclopédie de la Pléiade.* Paris, Gallimard, pp. 133-289.

JEVONS W. S. (1958): *The Principles* of Science. New York, Dover (1 ère éd. 1874).

KNEALE W, M. KNEALE (1962): *The Development of Logic.* Oxford, Clarendon Press.

KULATHUNGAM L. C. D. (1975): «Reductio-ad-absurdum: A Family Feud between Copi and Scherer». *Notre Dame journal of Formal Logic,* 16, pp 245-254.

LAMBROS C.H. (1973): «Scherer on *Reductio ad Absurdum*», *Mind,* 82, pp. 581-585.

LEE J. M. (1973): «The Form of *Reductio ad Absurdum», Notre Dame Journal* of *Formal Logic, 14,* pp. 381-386.

LOEWENHEIM L. (1946): «On Making Indirect Proofs Direct», *Scripta Mathematica,* 12, pp. 125-139. Traduit du manuscrit allemand par W. V. Quine.

MEARNS H. (1941): «The Little Man», in Untermayer (ed.) *Stars to Steer By.* New York. Harcourt Brace, p. 283.

PEIRCE C.S. (1960b): Définition de *«Reductio ad absurdum»* dans le *Dictionary of Philosophy and Psychology,* in Hartshorne, Weiss (eds.) *Collected Papers of Charles Sanders Peirce,* II. Cambridge Mass., Belknap Press, p. 366.

PEIRGE C.S. (1960b): «On the Algebra of Logic» (1885), in Hartshorne, Weiss (eds.) *Collected Papers* of *Charles Sanders Peirce,* III. Cambridge Mass., Belknap Press, pp. 210-249.

SCHERER D. (1.971): «The Form of *Reductio ad Absurdum»,* Mind, 80, pp. 247-252.

VAILATI G. (1904): «Sur une classe remarquable de raisonnements par réduction à l'absurde», *Revue de métaphysique et de morale,* 12, pp. 799-809.

WITTGENSTEIN L, (1978): *Remarks on the Foundations of Mathematics,* 3e édition. Oxford, Blackwell.